

## Suites numériques - CC 2

*Durée : 40 minutes*  
*Documents et calculatrices interdites*

### Exercice 1

On considère les suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  et  $(v_n)_{n \geq 0}$  définies pour  $n \geq 0$  par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n - \pi \\ u_0 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n \\ v_0 = 2 \end{cases}$$

1. Calculer  $u_0, u_1, u_2, u_3$ .
2. La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est-elle arithmétique ou géométrique ? De quelle raison ? En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Déterminer le sens de variation de  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
4. Calculer la limite de  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
5. Est-elle majorée, minorée, bornée ?
6. Mêmes questions pour la suite  $(v_n)_{n \geq 0}$ .
7. Calculer la somme  $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ .

### Exercice 2

Pour  $n \geq 1$ , on considère l'égalité  $E_n$  :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

1. Montrer l'égalité  $n^2 + 4n + 4 = (n+2)^2$ .
2. Montrer par récurrence l'égalité  $E_n$ . On pourra commencer la récurrence au rang  $n = 1$ , et utiliser l'égalité de la question précédente.