

CC3 du 22/11/2011. Durée : 35 minutes.
Documents, calculatrices et téléphones interdits.
Sujet 3B

Chaque réponse devra faire l'objet d'une justification aussi précise et concise que possible.

Exercice 1

1. Calculer les valeurs propres de la matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
2. Calculer les valeurs propres de la matrice $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.
3. Calculer la matrice Hessienne de la fonction $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x, y) = e^{3y^2+x}$.

Exercice 2

Soit $m, a \in \mathbb{R}$ deux paramètres. On considère le système suivant

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x + my = a \end{cases}$$

1. Pour quelle(s) valeur(s) de m ce système admet-il une unique solution ?
2. Dans le cas où il n'y a pas unicité de la solution, donner, pour tout $a \in \mathbb{R}$, l'ensemble des solutions.